1. Averiguar los valores reales que verifican las siguientes condiciones:

a. $|x-2| \le 2$

b. $\left|x+\frac{1}{2}\right| = 5$

c. $|2x+3| \ge 6$

Solución.

El valor absoluto convierte cualquier expresión en positiva. Para eliminar el valor absoluto de una ecuación habrá que tener en cuenta que la expresión bajo él puede ser positiva ó negativa, lo cuál se consigue añadiendo un doble signo y resolviendo indistintamente para cada uno.

a. $$|x-2| \le 2:\ \pm(x-2) \le 2: \begin{cases} (+): x-2 \le 2:\ x \le 4 \\ (-): -x+2 \le 2:\ -x \le 0 : x \ge 0 \end{cases}:\ x \in [0, 4]$$

b. $$\left|x+\frac{1}{2}\right| = 5:\ \pm\left(x+\frac{1}{2}\right) = 5: \begin{cases} (+): x+\frac{1}{2} = 5:\ x = \frac{9}{2} \\ (-): -x-\frac{1}{2} = 5:\ -x = \frac{11}{2}:\ x = -\frac{11}{2} \end{cases}$$

c. $$|2x+3| \ge 6:\ \pm(2x+3) \ge 6: \begin{cases} (+): 2x+3 \ge 6:\ x \ge \frac{3}{2} \\ (-): -2x-3 \ge 6:\ -x \ge \frac{9}{2}:\ x \le -\frac{9}{2} \end{cases}:\ x \in \left(-\infty, -\frac{9}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

2. Expresar en forma de valor absoluto los siguientes intervalos:

a. $(-3, 5)$

b. $(-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$

Solución.

Para expresar un intervalo mediante valor absoluto, se busca el punto medio del intervalo y el radio del intervalo (diferencia en valor absoluto entre el punto medio y cualquiera de los extremos).

a. $(-3, 5)$ Punto medio = $\frac{-3+5}{2} = 1$. Radio = $|1-5| = |1-(-3)| = 4$

$$|x-1| < 4$$

b. $(-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$ Punto medio = $\frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$. Radio = $\left|\frac{7}{2}-5\right| = \left|\frac{7}{2}-2\right| = \frac{3}{2}$

$$\left|x-\frac{7}{2}\right| \ge \frac{3}{2}$$

3. Calcular:

a. $\sqrt[3]{16}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{\frac{54}{8}}$

b. $\sqrt{\frac{2a}{b}}-\sqrt{\frac{2b}{a}}+\sqrt{\frac{1}{2ab}}$

c. $\sqrt{(x+2)^3}-\sqrt{4x+8}-\sqrt{x^3+2x^2}$

d. $\sqrt{a^2m-a^2n}+\sqrt[4]{(m-n)^2\cdot b^4}+\sqrt[6]{c^6\cdot(m-n)^3}$

e. $\frac{b}{0{,}3}\sqrt{\frac{0{,}18a}{b^2}}+\frac{a}{b}\sqrt{\frac{18b^2}{a}}+2c\sqrt{\frac{2a}{c^2}}-\frac{2}{9c^2}\sqrt{\frac{a^3\cdot c^4}{0{,}125}}$

Solución.

Se factoriza los radicándoos en busca de un radical común ya que solo se puede sumar y restar radicales idénticos. Si es necesario se racionaliza para obtener el radical común.

a.
$$\sqrt[3]{16}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{\frac{54}{8}}=\sqrt[3]{2^4}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{\frac{2\cdot 3^3}{2^3}}=\sqrt[3]{2\cdot 2^3}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}-\frac{3}{2}\sqrt[3]{2}=2\sqrt[3]{2}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}-\frac{3}{2}\sqrt[3]{2}=$$
$$=\sqrt[3]{2}\cdot\left(2+\frac{2}{3}-\frac{3}{2}\right)=\frac{7}{6}\sqrt[3]{2}$$

b.
$$\sqrt{\frac{2a}{b}}-\sqrt{\frac{2b}{a}}+\sqrt{\frac{1}{2ab}}=\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{2b}}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{2ab}}=\frac{\sqrt{2a}\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{2b}\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}+\frac{1\cdot\sqrt{2ab}}{\sqrt{2ab}\cdot\sqrt{2ab}}=$$
$$=\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{b^2}}-\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{a^2}}+\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{(2ab)^2}}=\frac{\sqrt{2ab}}{b}-\frac{\sqrt{2ab}}{a}+\frac{\sqrt{2ab}}{2ab}=\sqrt{2ab}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}+\frac{1}{2ab}\right)=\sqrt{2ab}\,\frac{2a-2b+1}{2ab}$$

c.
$$\sqrt{(x+2)^3}-\sqrt{4x+8}-\sqrt{x^3+2x^2}=\sqrt{(x+2)^2(x+2)}-\sqrt{4(x+2)}-\sqrt{x^2(x+2)}=$$
$$=(x+2)\sqrt{x+2}-2\sqrt{x+2}-x\sqrt{x+2}=\sqrt{x+2}(x+2-2-x)=0\sqrt{x+2}=0$$

d.
$$\sqrt{a^2m-a^2n}+\sqrt[4]{(m-n)^2\cdot b^4}+\sqrt[6]{c^6\cdot(m-n)^3}=\sqrt{a^2(m-n)}+\sqrt[4]{\left((m-n)b^2\right)^2}+\sqrt[6]{\left(c^2\cdot(m-n)\right)^3}=$$
$$=a\sqrt{m-n}+\sqrt{(m-n)b^2}+\sqrt{c^2\cdot(m-n)}=a\sqrt{m-n}+b\sqrt{m-n}+c\sqrt{m-n}=(a+b+c)\sqrt{m-n}$$

e.
$$\frac{b}{0{,}3}\sqrt{\frac{0{,}18a}{b^2}}+\frac{a}{b}\sqrt{\frac{18b^2}{a}}+2c\sqrt{\frac{2a}{c^2}}-\frac{2}{9c^2}\sqrt{\frac{a^3\cdot c^4}{0{,}125}}=$$
$$=\frac{b}{3/10}\sqrt{\frac{18a}{100b^2}}+\frac{a}{b}\sqrt{\frac{18b^2}{a}}+2c\sqrt{\frac{2a}{c^2}}-\frac{2}{9c^2}\sqrt{\frac{a^3\cdot c^4}{1/8}}=$$
$$=\frac{10b}{3}\frac{\sqrt{2\cdot 3^2 a}}{\sqrt{10^2 b^2}}+\frac{\sqrt{2\cdot 3^2 b^2}}{\sqrt{a}}+2c\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{c^2}}-\frac{2}{9c^2}\sqrt{2\cdot 2^2 a\cdot a^2\cdot\left(c^2\right)^2}=$$
$$=\frac{10b}{3}\frac{3\sqrt{2a}}{10b}+\frac{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}+2c\frac{\sqrt{2a}}{c}-\frac{2}{9c^2}2ac^2\sqrt{2a}=\sqrt{2a}+\frac{3\sqrt{2a}}{a}+2\sqrt{2a}-\frac{4a}{9}\sqrt{2a}=$$
$$=\left(1+\frac{3}{a}+2-\frac{4a}{9}\right)\sqrt{2a}=\frac{9a+27+18a-4a^2}{9a}\sqrt{2a}=\frac{27+27a-4a^2}{9a}\sqrt{2a}$$

4. Calcular:

a. $\sqrt[3]{2\sqrt{3}}:\sqrt{\sqrt[3]{4}}$

b. $3\sqrt{3\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{3^3}}}$

c. $\sqrt[3]{\frac{2}{b}\sqrt{\frac{b}{2}}}$

Solución.

Para introducir un factor dentro de un radical, se eleva el factor al índice del radical.

a. $$\sqrt[3]{2\sqrt{3}}:\sqrt{\sqrt[3]{4}}=\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}=\frac{\sqrt[3]{\sqrt{2^2\cdot 3}}}{\sqrt[2\times 3]{4}}=\frac{\sqrt[3\times 2]{12}}{\sqrt[6]{4}}=\frac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[6]{4}}=\sqrt[6]{\frac{12}{4}}=\sqrt[6]{3}$$

b. $$3\sqrt{3\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{3^3}}}=3\sqrt{3\sqrt{\sqrt{\frac{1}{3^2}\cdot 3^3}}}=3\sqrt{3\sqrt[2\times 2]{3}}=3\sqrt{3\sqrt[4]{3}}=3\sqrt{\sqrt[4]{3^4\cdot 3}}=3\sqrt[2\times 4]{3^5}=3\sqrt[8]{3^5}$$

c. $$\sqrt[3]{\frac{2}{b}\sqrt{\frac{b}{2}}}=\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{2}{b}\right)^2\frac{b}{2}}}=\sqrt[3\times 2]{\frac{2^2\cdot b}{b^2\cdot 2}}=\sqrt[6]{\frac{2}{b}}=\frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{b}}=\frac{\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[6]{b^5}}{\sqrt[6]{b}\cdot\sqrt[6]{b^5}}=\frac{\sqrt[6]{2\cdot b^5}}{\sqrt[6]{b^6}}=\frac{\sqrt[6]{2\cdot b^5}}{b}$$

5. Racionalizar: $\frac{\sqrt{3}+2}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Solución.

Se multiplica y divide por el conjugado del denominador $\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$.

$$\frac{\left(\sqrt{3}+2\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+2\cdot 2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{2\sqrt{9}+\sqrt{6}+4\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{4\cdot 3-2}=$$

$$=\frac{2\cdot 3+\sqrt{6}+4\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{10}=\frac{6+\sqrt{6}+4\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{10}$$

6. Racionalizar: $\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+2}$

Solución.

Se multiplica y divide por el conjugado del denominador $\left(3\sqrt{2}-2\right)$.

$$\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+2}=\frac{\left(3\sqrt{6}+2\sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}-2\right)}{\left(3\sqrt{2}+2\right)\cdot\left(3\sqrt{2}-2\right)}=\frac{3\sqrt{6}\cdot 3\sqrt{2}-3\sqrt{6}\cdot 2+2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2}-2\sqrt{2}\cdot 2}{\left(3\sqrt{2}\right)^2-2^2}=$$

$$=\frac{9\sqrt{12}-6\sqrt{6}+6\sqrt{4}-4\sqrt{2}}{9\cdot 2-4}=\frac{9\sqrt{2^2\cdot 3}-6\sqrt{6}+6\sqrt{2^2}-4\sqrt{2}}{18-4}=\frac{9\cdot 2\sqrt{3}-6\sqrt{6}+6\cdot 2-4\sqrt{2}}{14}=$$

$$=\frac{18\sqrt{3}-6\sqrt{6}+12-4\sqrt{2}}{14}=\frac{2\left(9\sqrt{3}-3\sqrt{6}+6-2\sqrt{2}\right)}{14}=\frac{6-2\sqrt{2}-3\sqrt{6}+9\sqrt{3}}{7}$$

7. Racionalizar: $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

Solución.

Se multiplica y divide por el conjugado del denominador $\left(3\sqrt{2}+2\right)$.

$$\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}=\frac{\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)}{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)}=\frac{\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)^2}{\left(3\sqrt{2}\right)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\left(3\sqrt{2}\right)^2+2\cdot 3\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3}+\left(2\sqrt{3}\right)^2}{3^2\left(\sqrt{2}\right)^2-2^2\left(\sqrt{3}\right)^2}=$$

$$=\frac{3^2\left(\sqrt{2}\right)^2+12\sqrt{2\cdot 3}+2^2\left(\sqrt{3}\right)^2}{9\cdot 2-4\cdot 3}=\frac{9\cdot 2+12\sqrt{6}+4\cdot 3}{18-12}=\frac{30+12\sqrt{6}}{6}=\frac{6\cdot\left(5+2\sqrt{6}\right)}{6}=5+2\sqrt{6}$$

8. Racionalizar: $\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$

Solución.

Se multiplica y divide por el denominador $\left(\sqrt{18}\right)$.

$$\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}=\frac{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{18}}{\sqrt{18}\cdot\sqrt{18}}=\frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{18}-\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}}{\left(\sqrt{18}\right)^2}=\frac{2\sqrt{3\cdot 18}-\sqrt{2\cdot 18}}{18}=\frac{2\sqrt{54}-\sqrt{36}}{18}=$$

$$=\frac{2\sqrt{2\cdot 3^3}-6}{18}=\frac{2\cdot 3\sqrt{2\cdot 3}-6}{18}=\frac{6\sqrt{6}-6}{18}=\frac{6\cdot\left(\sqrt{6}-1\right)}{18}=\frac{\sqrt{6}-1}{3}$$

9. Racionalizar: $\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$

Solución.

Se multiplica y divide por el denominador $\left(\sqrt{12}\right)$.

$$\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}=\frac{\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{12}}{\sqrt{12}\cdot\sqrt{12}}=\frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{12}}{\left(\sqrt{12}\right)^2}=\frac{2\sqrt{3\cdot 12}+\sqrt{2\cdot 12}}{12}=\frac{2\sqrt{36}+\sqrt{24}}{12}=$$

$$=\frac{2\cdot 6+\sqrt{2^3\cdot 3}}{12}=\frac{12+2\sqrt{2\cdot 3}}{12}=\frac{2\cdot\left(6+\sqrt{6}\right)}{12}=\frac{6+\sqrt{6}}{6}$$

10. Racionalizar: $\dfrac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}$

Solución.

Se multiplica y divide por el conjugado del denominador $\left(3\sqrt{2}-2\right)$.

$$\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}=\frac{\left(3\sqrt{6}+2\sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{3}-2\right)}{\left(3\sqrt{3}+2\right)\cdot\left(3\sqrt{3}-2\right)}=\frac{3\sqrt{6}\cdot 3\sqrt{3}-3\sqrt{6}\cdot 2+2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{3}-2\cdot 2\sqrt{2}}{\left(3\sqrt{3}\right)^2-2^2}=$$

$$=\frac{9\sqrt{6\cdot 3}-6\sqrt{6}+6\sqrt{2\cdot 3}-4\sqrt{2}}{3^2\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2-4}=\frac{9\sqrt{18}-6\sqrt{6}+6\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{9\cdot 3-4}=\frac{9\sqrt{2\cdot 3^2}-4\sqrt{2}}{27-4}=$$

$$=\frac{9\cdot 3\sqrt{2}-4\sqrt{2}}{23}=\frac{27\sqrt{2}-4\sqrt{2}}{23}=\frac{23\sqrt{2}}{23}=\sqrt{2}$$

11. Racionalizar: $\dfrac{11}{2\sqrt{5}+4}+\dfrac{1-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$

Solución.

Primero se racionaliza y luego se suma. Para racionalizar se multiplica y divide cada fracción por el conjugado del denominador.

$$\frac{11}{2\sqrt{5}+4}+\frac{1-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}=\frac{11\cdot\left(2\sqrt{5}-4\right)}{\left(2\sqrt{5}+4\right)\cdot\left(2\sqrt{5}-4\right)}+\frac{\left(1-\sqrt{5}\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}{\left(3+\sqrt{5}\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}=\frac{11\cdot 2\sqrt{5}-11\cdot 4}{\left(2\sqrt{5}\right)^2-4^2}+\frac{1\cdot 3-1\cdot\sqrt{5}-\sqrt{5}\cdot 3+\left(\sqrt{5}\right)^2}{3^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=$$

$$=\frac{22\sqrt{5}-44}{2^2\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2-16}+\frac{3-\sqrt{5}-3\sqrt{5}+5}{9-5}=\frac{22\sqrt{5}-44}{4\cdot 5-16}+\frac{3-\sqrt{5}-3\sqrt{5}+5}{4}=\frac{22\sqrt{5}-44}{4}+\frac{8-4\sqrt{5}}{4}=$$

$$=\frac{22\sqrt{5}-44+8-4\sqrt{5}}{4}=\frac{18\sqrt{5}-36}{4}=\frac{18\cdot\left(\sqrt{5}-1\right)}{4}=\frac{9\cdot\left(\sqrt{5}-1\right)}{2}$$

12. Opera y simplifica: $\dfrac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Solución.

En este caso, los denominadores de las fracciones son conjugados entre si, por lo tanto, si se suman las fracciones se eliminan los radicales del denominador y la expresión queda racionalizada.

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{3\cdot\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-2\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}+5\sqrt{2}$$

13. Opera y simplifica: $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

Al igual que en el anterior, los denominadores de las fracciones son conjugados entre si, por lo tanto, si se suman las fracciones se eliminan los radicales del denominador y la expresión queda racionalizada.

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)-\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)}=\frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^2}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{7}\right)^2-2\sqrt{7}\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\left(\sqrt{7}\right)^2+2\sqrt{7}\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2\right)}{7-5}=\frac{7-2\sqrt{7\cdot 5}+5-\left(7+2\sqrt{7\cdot 5}+5\right)}{2}=\frac{-4\sqrt{35}}{2}=$$

$$=-2\sqrt{35}$$

14. Opera y simplifica: $\dfrac{1}{1-\dfrac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}}+\dfrac{1}{1+\dfrac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}}$

Solución.

Primero se operan los denominadores:

$$\frac{1}{1-\dfrac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}}+\frac{1}{1+\dfrac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}}=\frac{1}{\dfrac{1\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}}+\frac{1}{\dfrac{1\cdot\left(1-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}}=\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}-\sqrt{3}}+\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}+\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{1+\sqrt{3}}{1}+\frac{1-\sqrt{3}}{1}=1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=2$$

15. Racionalizar: $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

Solución.

Se multiplica y divide por el conjugado del denominador $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$.

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2+2\sqrt{a}\sqrt{b}+\left(\sqrt{b}\right)^2}{a-b}=\frac{a+2\sqrt{ab}+b}{a-b}$$

16. Racionalizar: $\dfrac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

Solución.

Se multiplica y divide por el conjugado del denominador $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)$.

$$\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\frac{(x+y)\cdot\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\cdot\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}=\frac{(x+y)\cdot\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}\right)^2-\left(\sqrt{y}\right)^2}=\frac{(x+y)\cdot\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{x-y}$$

17. Racionalizar y simplificar: $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{b\sqrt{a}-a\sqrt{b}}$

Solución.

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{b\sqrt{a}-a\sqrt{b}}=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\cdot\left(b\sqrt{a}+a\sqrt{b}\right)}{\left(b\sqrt{a}-a\sqrt{b}\right)\cdot\left(b\sqrt{a}+a\sqrt{b}\right)}=\frac{b\sqrt{a^2}+a\sqrt{ab}+b\sqrt{ab}+a\sqrt{b^2}}{\left(b\sqrt{a}\right)^2-\left(a\sqrt{b}\right)^2}=$$

$$\frac{ab+(a+b)\sqrt{ab}+ab}{ab^2-a^2b}=\frac{2ab+(a+b)\sqrt{ab}}{ab(b-a)}$$